

الوظيفة المنزلية رقم (1)

التعريف الأول:

بسّط الأعداد التالية ، ثم أذكر أصغر مجموعة تنتمي إليها:

$$\sqrt{\sqrt{3^8}} \quad , \quad \sqrt{5-2\sqrt{6}} \times \sqrt{5+2\sqrt{6}} \quad , \quad \frac{2\pi+4}{3\pi+6} \quad , \quad (\sqrt{\sqrt{11}})^4$$

$$\frac{1+\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{3}}} \quad , \quad 1+\frac{1}{2+\frac{1}{1+\sqrt{2}}} \quad , \quad \sqrt{6-\sqrt{\frac{7}{2}+\frac{\sqrt{12}+\sqrt{27}}{\sqrt{300}}}} \quad , \quad \frac{(1+10^{-8})^2-1}{10^{-8}}$$

التعريف الثاني:

(1) حلل كلا من العددين 1386 و 999 إلى جداء عوامل أولية .

(2) أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1386 و 999 .

(3) نضع: $a = 1,387387387\dots$

أ- ما هي طبيعة العدد a ؟

ب- بين أن: $a = \frac{1386}{999}$

ج- أكتب العدد a على شكل كسر غير قابل للاختزال.

التعريف الثالث:

a عدد حقيقي موجب تماما .

(1) بين أن مقلوب العدد $\sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ هو العدد $\sqrt{a+1} - \sqrt{a}$.

(2) إستنتج قيمة المجموع: $S = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$

التعريف الرابع:

x عدد حقيقي موجب غير معدوم بحيث: $x - \frac{1}{x} = 1$

(1) بين أن: $x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$

(2) إستنتج أن: $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

تبسيط الأعداد:

$$\frac{2\pi+4}{3\pi+6} = \frac{2(\pi+2)}{3(\pi+2)} = \frac{2}{3}, \quad (\sqrt{\sqrt{11}})^4 = \left[(\sqrt{\sqrt{11}})^2 \right]^2 = (\sqrt{11})^2 = 11$$

$$\sqrt{\sqrt{3^8}} = \sqrt{\sqrt{(3^4)^2}} = \sqrt{3^4} = \sqrt{(3^2)^2} = 3^2 = 9$$

$$\sqrt{5-2\sqrt{6}} \times \sqrt{5+2\sqrt{6}} = \sqrt{(5-2\sqrt{6})(5+2\sqrt{6})} = \sqrt{5^2 - (2\sqrt{6})^2} = \sqrt{25-24} = \sqrt{1} = 1$$

$$\frac{(1+10^{-8})^2 - 1}{10^{-8}} = \frac{(1+10^{-8})^2 - 1^2}{10^{-8}} = \frac{(1+10^{-8}-1)(1+10^{-8}+1)}{10^{-8}} = \frac{10^{-8}(2+10^{-8})}{10^{-8}} = 2+10^{-8}$$

$$\sqrt{6 - \sqrt{\frac{7}{2} + \frac{\sqrt{12} + \sqrt{27}}{\sqrt{300}}}} = \sqrt{6 - \sqrt{\frac{7}{2} + \frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{3}}{10\sqrt{3}}}} = \sqrt{6 - \sqrt{\frac{7}{2} + \frac{5\sqrt{3}}{10\sqrt{3}}}} = \sqrt{6 - \sqrt{\frac{7}{2} + \frac{1}{2}}} = \sqrt{6 - \sqrt{4}} = \sqrt{4} = 2$$

$$1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \sqrt{2}}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1 \times (1 - \sqrt{2})}{(1 + \sqrt{2}) \times (1 - \sqrt{2})}} = 1 + \frac{1}{1 + \sqrt{2}} = 1 + \frac{1 \times (1 - \sqrt{2})}{(1 + \sqrt{2}) \times (1 - \sqrt{2})} = 1 - 1 + \sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{4} = \frac{12}{4} = \frac{6}{2}$$

تصنيف الأعداد إلى أصغر مجموعة تنتمي إليها:

$$\sqrt{\sqrt{3^8}} \in \mathbb{N}, \quad (\sqrt{5-2\sqrt{6}} \times \sqrt{5+2\sqrt{6}}) \in \mathbb{N}, \quad \frac{2\pi+4}{3\pi+6} \in \mathbb{Q}, \quad (\sqrt{\sqrt{11}})^4 \in \mathbb{N}$$

$$\sqrt{6 - \sqrt{\frac{7}{2} + \frac{\sqrt{12} + \sqrt{27}}{\sqrt{300}}}} \in \mathbb{N}, \quad \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}} \in \mathbb{Q}, \quad \frac{(1+10^{-8})^2 - 1}{10^{-8}} \in \mathbb{D}, \quad 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \sqrt{2}}} \in \mathbb{R}$$

التمرين الثاني:

$$1) \text{ التحليل: } 1386 = 2 \times 3^2 \times 7 \times 11, \quad 999 = 3^3 \times 37$$

$$PGCD(999; 1386) = 3^2 = 9$$

$$a = 1,387387387 \dots (3)$$

أطبيعة العدد a : ناطق.

$$a = \frac{1386}{999} \text{ بـ تبيان أن:}$$

الكثابة الكسرية للعدد $a = 1,387387387 \dots$ هي $a = 1 + 0,387387387 \dots$

$$a = 1 + x \quad \text{و منه: } x = 0,387387387 \dots$$

$$100 \times x = 100 \times 0,387387387 \dots \quad \text{فإن } x = 0,387387387 \dots$$

$$a = 1 + \frac{387}{999} = \frac{1386}{999} \quad \text{إذن: } x = \frac{387}{999} \quad \text{و منه: } 1000x = 387 + x$$

$$a = \frac{1386 \div 9}{999 \div 9} = \frac{154}{111} \text{ جـ. كثابة العدد } a \text{ على شكل كسر غير قابل للاختزال:}$$

التمرين الثالث:

a عدد حقيقي موجب تماما .

$$\frac{1}{\sqrt{a+1}+\sqrt{a}} = \frac{1 \times (\sqrt{a+1}-\sqrt{a})}{(\sqrt{a+1}+\sqrt{a})(\sqrt{a+1}-\sqrt{a})} = \frac{1 \times (\sqrt{a+1}-\sqrt{a})}{(\sqrt{a+1})^2 - (\sqrt{a})^2} = \frac{1 \times (\sqrt{a+1}-\sqrt{a})}{a+1-a} = \sqrt{a+1}-\sqrt{a} \quad (1)$$

(2) استنتاج قيمة المجموع:

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}} \\ &= \sqrt{2}-1 + \sqrt{3}-\sqrt{2} + \sqrt{4}-\sqrt{3} + \dots + \sqrt{100}-\sqrt{99} \\ &= \sqrt{100}-1 \\ &= 9 \end{aligned}$$

التمرين الرابع:

x عدد حقيقي موجب غير معدوم بحيث : $x - \frac{1}{x} = 1$

لدينا : $x - \frac{1}{x} = 1$ و منه بالتربيع نجد : $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 1$ أي أن : $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$

بإضافة 2 و طرحها نجد : $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 5$ أي : $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 5$ إذن : $x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$

الإستنتاج : $x - \frac{1}{x} + x + \frac{1}{x} = 2x = 1 + \sqrt{5}$ و منه : $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$